第17講・二乗に比例する関数②
関数 $y=ax^2$ の変化の割合

要点整理

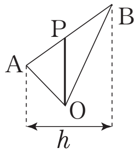
1　変化の割合

(1)　一次関数$y=ax+b$では，変化の割合は一定でaに等しい。

(2)　2乗に比例する関数 $y=ax^2$で，xの値が pから qまで増加するときの変化の割合は，$\dfrac{aq^2-ap^2}{q-p}=\dfrac{a(q+p)\cancel{(q-p)}}{\cancel{q-p}}=a(p+q)$

したがって，$a(p+q)$で求めることができる。

2　三角形の面積



$\triangle OAB=\dfrac{1}{2}\times OP\times h$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

例題 1

次の問いに答えなさい。

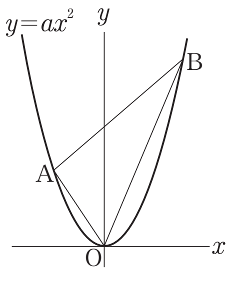
⑴　関数 $y=-2x^2$ について，x の値が -1 から 4 まで増加するときの変化の割合を求めよ。

⑵　x の値が -3 から 1 まで増加するとき，2 つの関数 $y=ax^2$ と $y=4x+1$ の変化の割合は等しい。a の値を求めよ。

⑶　関数 $y=2x^2$ において，x の値が p から 3 だけ増加するとき，変化の割合が 2 になるように p の値を求めよ。

例題 2

右の図で，点 A，B は関数 $y=ax^2$ のグラフ上にあり，A の x 座標は -2，B の x 座標は 3 である。このとき，直線 AB の傾きが 1 になった。次の問いに答えなさい。



⑴　a の値を求めよ。

⑵　△OAB の面積を求めよ。

⑶　y 軸上の正の部分に点 C をとって，△AOB＝△COB となるようにするとき，点 C の y 座標を求めよ。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

問題

17－1

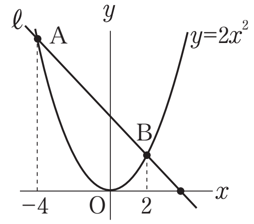
次の問いに答えなさい。

(1)　関数 $y=ax^2$ について，x の値が1から5まで増加するときの変化の割合が－14であるとき，a の値を求めよ。

(2)　関数 $y=\frac{1}{3}x^2$ について，x の値が t から3だけ増加すると，y の値は2だけ増加する。t の値を求めよ。

17－2

右の曲線は関数 $y=2x^2$ のグラフである。この曲線と直線 ℓ との交点をA，Bとする。Aの x 座標を－4，Bの x 座標を2とするとき，次の問いに答えなさい。



(1)　直線 ℓ の式を求めよ。

(2)　△OABの面積を求めよ。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

＜ *Note* ＞

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

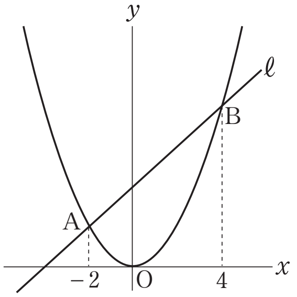
第17講・確認テスト

［1］　次の問いに答えなさい。

⑴　関数 $y=ax^2$ について，x の値が -6 から -2 まで増加するときの変化の割合が 2 であるとき，a の値は $-\dfrac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}$ である。

⑵　関数 $y=\dfrac{2}{3}x^2$ について，x の値が a から $a+3$ まで増加するときの変化の割合が 6 であるとき，a の値は $\boxed{ウ}$ である。

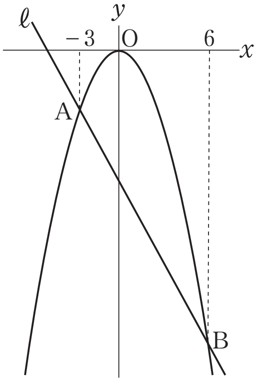
［2］　右の図の曲線は関数 $y=\dfrac{1}{2}x^2$ のグラフである。この曲線と直線 ℓ との交点を A，B とする。A の x 座標が -2，B の x 座標が 4 であるとき，次の問いに答えなさい。



⑴　直線 ℓ の傾きは $\boxed{エ}$，切片は $\boxed{オ}$ である。

⑵　△OABの面積は $\boxed{カキ}$ である。

［3］　右の図の曲線は関数 $y=ax^2$ のグラフであり，直線 ℓ は関数 $y=-2x-12$ のグラフである。この曲線と直線 ℓ との交点を A，B とする。A の x 座標が -3，B の x 座標が 6 であるとき，次の問いに答えなさい。



⑴　a の値は $-\dfrac{\boxed{ク}}{\boxed{ケ}}$ である。

⑵　y 軸上の原点より下の部分に点 C をとり，△OCB＝△OAB とするとき，C の y 座標は $-\boxed{コサ}$ である。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< *Note* >

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第17講・二乗に比例する関数② 関数 $y=ax^2$ の変化の割合

例題 1

(1)　**−6**　(2)　**$a=-2$**　(3)　**$p=-1$**

解説

(1)　関数 $y=ax^2$ で，x の値が p から q まで増加するときの変化の割合は，$a(p+q)$

変化の割合の公式として覚えておくとよい。

これを利用して，$-2\times(-1+4)=-6$

(2)　$a(-3+1)=4$ より，$a=-2$

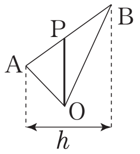
(3)　$2(p+p+3)=2$

例題 2

(1)　**$a=1$**　(2)　**15**　(3)　**10**

解説

(1)　$y=ax^2$ で，x の値が -2 から 3 まで増加するときの変化の割合が，直線 AB の傾きの 1 に等しくなるから，$a(-2+3)=1$　　$a=1$



$\triangle AOB=\dfrac{1}{2}\times OP\times h$

三角形の面積公式として覚えておくとよい。

(2)　A$(-2,\ 4)$，B$(3,\ 9)$から，直線 AB の式は，$y=x+6$

直線 AB と y 軸との交点を P とすると，P$(0,\ 6)$

右図より，$\triangle OAB=\dfrac{1}{2}\times OP\times\{3-(-2)\}=\dfrac{1}{2}\times6\times5=15$

(3)　OB$/\!/$AC のとき△AOB＝△COB となる。

A$(-2,\ 4)$を通り，直線 OB(傾き 3)に平行な直線の式は，$y=3x+10$

17−1

(1)　**$a=-\dfrac{7}{3}$**　(2)　**$t=-\dfrac{1}{2}$**

解説

(1)　$a\times(1+5)=-14$ より，$a=-\dfrac{7}{3}$

(2)　$\dfrac{1}{3}(t+t+3)=\dfrac{2}{3}$ より，$t=-\dfrac{1}{2}$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

17－2

(1)　$y=-4x+16$　　(2)　48

解説

(1)　A(－4，32)，B(2，8)の２点を通る直線の式を求める。

(2)　$\triangle OAB=\frac{1}{2}\times 16\times\{2-(-4)\}=48$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

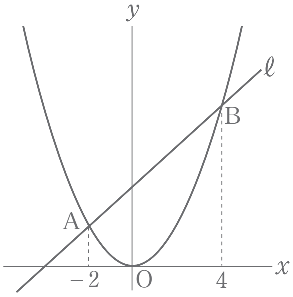
第17講・確認テスト

［1］　次の問いに答えなさい。

(1)　関数 $y=ax^2$ について，x の値が -6 から -2 まで増加するときの変化の割合が 2 であるとき，a の値は $-\dfrac{\text{ア}}{\text{イ}}$ である。

(2)　関数 $y=\dfrac{2}{3}x^2$ について，x の値が a から $a+3$ まで増加するときの変化の割合が 6 であるとき，a の値は［ウ］である。

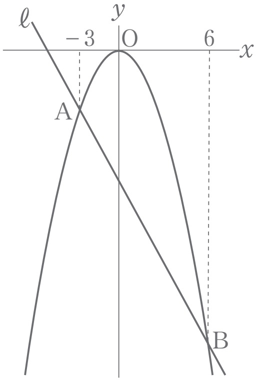
［2］　右の図の曲線は関数 $y=\dfrac{1}{2}x^2$ のグラフである。この曲線と直線 ℓ との交点を A，B とする。A の x 座標が -2，B の x 座標が 4 であるとき，次の問いに答えなさい。



(1)　直線 ℓ の傾きは［エ］，切片は［オ］である。

(2)　△OABの面積は［カキ］である。

［3］　右の図の曲線は関数 $y=ax^2$ のグラフであり，直線 ℓ は関数 $y=-2x-12$ のグラフである。この曲線と直線 ℓ との交点を A，B とする。A の x 座標が -3，B の x 座標が 6 であるとき，次の問いに答えなさい。



(1)　a の値は $-\dfrac{\text{ク}}{\text{ケ}}$ である。

(2)　y 軸上の原点より下の部分に点 C をとり，△OCB＝△OAB とするとき，C の y 座標は $-$［コサ］である。

解答

［1］　ア　1　　イ　4　　ウ　3

［2］　エ　1　　オ　4　　カ　1　　キ　2

［3］　ク　2　　ケ　3　　コ　1　　サ　8

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

解説

［1］

(1) $a(-6-2)=2$ より，$a=-\frac{1}{4}$

(2) $\frac{2}{3}(a+a+3)=6$ より，$a=3$

［2］

(1) A$(-2,\ 2)$，B$(4,\ 8)$ から，直線 AB の傾きは，$\frac{8-2}{4-(-2)}=1$

直線 ℓ の式を $y=x+b$ とおいて，$x=4$，$y=8$ を代入すると，

$8=4+b$ より，$b=4$

よって，切片は 4

(2) $\frac{1}{2}\times4\times\{4-(-2)\}=12$

［3］

(1) A$(-3,\ -6)$ より，$-6=a\times(-3)^2$，$a=-\frac{2}{3}$

(2) OB // ACのとき△OCB＝△OABとなる。

直線 OB の傾きは -4 だから，A を通り，OB と平行な直線の式は，$y=-4x-18$

よって，C の y 座標は -18

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。